非平衡系におけるスピンコヒーレント表(非線型非平衡統計力学研究会報告,基研研究会報告)

柴田, 文明; 高橋, 慶紀

その他，z^n までの係数と，n 次のキュムラント（ゆらぎ）との関係，非線型応答の表式等が得られているが，これらについては，文末の文献を参照して欲しい。$\mathcal{H}$ が時間に依存する一般の場合にも，上の結果は拡張できることが，わかっている。また，厳密に解けるモデルでの具体的な結果については文献 5)と 7) を，一次元超伝導体での super-current のゆらぎについては，文献 8)を参照して下さい。

参 考 文 献

1) R. Kubo, in Synergetics (Proc. Symp. Synergetics, 1972, Schloss Elmau), ed. H. Haken (B. G. Teubner, Stuttgart) (1973).
2) R. Kubo, K. Matsuo and K. Kitahara, J. Stat. Phys. **9** (1973) 51.
3) M. Suzuki, Phys. Letters **50A** (1974) 47.
4) M. Suzuki, プログレスに投稿中。
5) M. Suzuki, 基研，数理研主催の ISMPTP 国際会議（1975 年1月 23日～ 29日）の予稿。
6) 物性研究「統計力学における数学的問題」研究会報告。
7) M. Suzuki, to be submitted to Progress. T. P.
8) N. Ōhata and M. Suzuki, preprint.

非平衡系におけるスピンコヒーレント表

柴田文明，高橋慶紀

量子力学的な演算子を，c－数の関数に射影して，演算子の方程式の代わりに，c－数の方程式を考える方法[1)]は，レーザー系の量子統計力学的な記述に広く用いられている。スピン系に対しても，Schwinger の方法を用いて，コヒーレント表示[2)]を導入し，演算子の方程式と同値な c-数の方程式を得ることができる。この表示をスピン緩和の現象に応用すれば，classical limit をとることによって，Kubo-Hashitsume[3)]が現

象論的に導びいた式を微視的な立場から正当づけることができることを示した。

Schwingerに従って，スピン演算子 $\{S_+,\ S_-,\ S_z\}$ を二種のボース演算子 $\{a_+,\ a_+^+\}$ と $\{a_-,\ a_-^+\}$ で表わす。

$$
\begin{aligned}
S_+ &= a_+^+\ a_- \\
S_- &= a_-^+\ a_+ \\
S_z &= \frac{1}{2}\,(a_+^+ a_+ - a_-^+ a_-)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

2種のボソンに対して2次元のコヒーレント状態 $|\alpha_+,\alpha_->$ を導入する（簡単のため以下 $|\underset{\sim}{\alpha}>$ と書く）。この状態を用いて任意の演算子 $\hat{G}$ に行列要素

$$
G^{(N)}(\underset{\sim}{\alpha},\underset{\sim}{\alpha}^*) = <\underset{\sim}{\alpha}|\,\hat{G}\,|\underset{\sim}{\alpha}> \tag{2}
$$

で定義される c-数の関数を対応させることができる。又，演算子 $\hat{G}$ は

$$
\hat{G} = \int \frac{d^2\underset{\sim}{\alpha}}{\pi^2}\, G^{(A)}(\underset{\sim}{\alpha},\underset{\sim}{\alpha}^*)\,|\underset{\sim}{\alpha}><\underset{\sim}{\alpha}| \quad , \tag{3}
$$

と表わすことができる。ただし $d^2\underset{\sim}{\alpha} = d^2\alpha_+ d^2\alpha_-$ 。

二つの複素数 α_+ と α_- から

$$
\begin{aligned}
\alpha_+ &= \alpha\ e^{-\frac{i\phi}{2}}\cos\frac{\theta}{2} \\
\alpha_- &= \alpha\ e^{\frac{i\phi}{2}}\sin\frac{\theta}{2}
\end{aligned}
\qquad \text{（ただし}\alpha\text{は複素数）}
$$

の関係によって角変数 ϕ と θ が定義される。

状態 $|\underset{\sim}{\alpha}>$ はすべての大きさのスピンをもつ状態の重ね合わせであるが，スピンの大きさをSに指定すれば，(2)で定義した $G^{(N)}(\underset{\sim}{\alpha},\underset{\sim}{\alpha}^*)$ の $e^{-\frac{|N|^2}{2}}\,|\alpha|^{4S}$ に比例した部分が，これに関係している。この係数を $G_S^{(N)}(\theta,\phi)$ と書くことにする。(3)で定義した。$G^{(A)}(\underset{\sim}{\alpha}\ \underset{\sim}{\alpha}^*)$ から

$$
G_S^{(A)}(\theta,\phi) = \int \frac{|\alpha|^{4S+2}}{(2S+1)!}\, e^{-|\alpha|^2}\, G^{(A)}(\underset{\sim}{\alpha},\underset{\sim}{\alpha}^*)\,\frac{d^2\alpha}{\pi} \quad , \tag{4}
$$

で定義される関数 $G_S^{(A)}(\theta,\phi)$ を用いて，二つの演算子 $\hat{F}$ と $\hat{G}$ のトレースの計算は次の積分で求まる。

$$\mathrm{Tr}\,\hat{F}\,と\,\hat{G} = (2S+1)\int\frac{d\Omega}{4\pi}\,F_S^{(A)}(\theta,\phi), \tag{5}$$

ただし　$d\Omega = \sin\theta\, d\theta\, d\phi$。

たとえば，密度行列から $G_S^{(A)}(\theta,\phi)$ を作り，力学変数 $\hat{F}$ から $F_S^{(A)}(\theta,\phi)$ を作れば，変数 $\hat{F}$ の期待値が(5)によって求まる。

スピン緩和のモデルとして次のハミルトニアンを考える。

$$
\begin{aligned}
H &= H_S + H_{SB} + H_B \quad ,\\
H_S &= -\omega_0 S_z \quad 。\\
H_{SB} &= \mathbf{R}\circ\mathbf{S} \quad .
\end{aligned}
$$

ただし，H_Sは　軸方向に外場のかかっているときのハミルトニアン，H_{SB}はスピンと熱浴との相互作用，H_Bは熱浴のハミルトニアンである。narrowing limitで，熱浴の変数について先にトレースをとった密度行列は次のマスター方程式に従う。[4]

$$
\begin{aligned}
\dot{\rho}(t) &= i(\omega_0+\delta\omega)[S_z,\rho] + A\{[S_+,\rho S_-]+[S_+\rho,S_-]\}\\
&+ B\{[S_-,\rho S_+]+[S_-\rho,S_+]\} + C\{[S_z,\rho S_z]+[S_z\rho,S_z]\}。
\end{aligned} \tag{7}
$$

密度行列ρから(2)によって c-数の関数 $f(\underset{\sim}{\alpha},\underset{\sim}{\alpha}^*)$ が定義され，そのスピンの大きさをSに指定した部分だけから成る $f_S(\theta,\phi)$ が定義される。この $f_S(\theta,\phi)$ は classical limitで確立分布の意味を持つ関数である。$f_S(\theta,\phi)$ によって満足される(7)と同値のマスター方程式は,

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial t} &= \Big[(\omega_0+\delta\omega)\frac{\partial}{\partial\phi} + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\Big\{B\sin\theta\,(e^{\beta\omega_0}+1+(e^{\beta\omega_0}-1)\cos)\frac{\partial}{\partial\theta}\\
&+ 2BS(e^{\beta\omega_0}-1)\sin^2\theta\Big\} + \frac{1}{\sin^2\theta}\Big\{C\sin^2\theta + B(e^{\beta\omega_0}+1)\cos^2\theta\\
&+ B(e^{\beta\omega_0}-1)\cos\theta\Big\}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\Big]f_S
\end{aligned} \tag{8}
$$

と書ける。ただし $A = B\,e^{\beta\omega_0}$ を用いた。

$\beta\to 0$，$S\to\infty$ かつβSを有限に保つ極限で(8)は，Kubo-Hashitsume が現象論的に導いた式と全く同じ式を与えることを容易に示すことができる。

ここで導入された方法によって今までスピン系の記述に用いられた quasi-distribution function を統一的に扱うことができる。[5]

参 考 文 景

1) G. S. Agarwal and E. Wolf : Phys. Rev. D2, (1970) 2161

2) F. T. Arecchi, E. Courtens, R. Gilmore, and H. Thomas : Phys. Rev. A6, (1972) 2211
   Y. Takahashi and F. Shibata : J. Phys. Soc. Japan 38, (1975) No. 3

3) R. Kubo and N. Hashitsume : Progr. Theor. Phys. Suppl. No. 46 (1970) 210

4) F. Haake : Springer Tracts in Modern Physics 66, (1973) 98

5) Y. Takahashi and F. Shibata : to be published

定常状態の安定性に対するLiapounoff関数の問題

堀　　淳一

非平衡定常状態の安定性に対する criterion としては，Prigogine‐Glansdorff によって導入された generalized excess entropy production (GEEP) がよく用いられる。これは generalized excess entropy (GEE) の時間変化として，物理的に構成することができるという利点を持つ。いいかえれば，GEEP を criterion として用いることは，物理的に明瞭な意味を持つ GEE という量を Liapounoff 関数として用いることにほかならない。しかし反面 GEEP は，安定性に対する十分条件をしか与えないという欠点を持つ。さらに GEEP はやはり Prigogine‐Glansdorff によって導入された general evolution criterlon (GEC) に対するポテンシャルの役割を演じることが期待される量である。すなわち GEEP ひ時間微分が GEC に等しくなっていれば，GEEP は GEE と GEC の双方に対する simultaueous な criterion となって具合がよい。しかしながら，実際は一般には GEC は GEEP の時間微分に等しくはなく，GEE → GEEP → GEC という判定関数の連鎖には，あとの段階でギャップがある。

この論文では，定常状態からのゆらぎ X の regressivon に対する線形化された方程式